

Melanie Fuchs

FÜNFTE LEKTION, Abschnitt 3 (Seite 110-123 des LEITFADENS)

Langentwurf „Kombinatorik“

Melanie Fuchs, Grundschullehrerin in Niedersachsen, hat den nun folgenden Langentwurf während ihres Referendariats erstellt. Sie wurde von der Seminarleitung angehalten, kompetenzorientiert zu planen. Deshalb hat sie für ihre zweite Grundschulklasse ein Kompetenzstufenmodell zur Kombinatorik entworfen, das ihr die Detailplanung der Unterrichtseinheit sehr erleichtert hat. Sie hat vorweg geklärt, auf welcher Stufe ihres Modells sich die Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Unterrichtseinheit „mindestens“ befanden und dann Vermutungen darüber angestellt, welche Stufe einzelne von ihnen am Ende der Einheit erreicht haben könnten. Wir drucken den Entwurf nur geringfügig gekürzt und überarbeitet ab, um Ihnen eine Orientierung für die Anlage eigener Entwürfe zu geben. Die Namen der Schülerinnen und Schüler sind maskiert.

Melanie Fuchs (Lehramtsanwärterin), Studienseminar K.

Grundschule

Datum: 24. September 2004
Zeit: 8.15 – 9.00 Uhr (1. Stunde)
Klasse: 2 (23 Schüler)

Thema der Unterrichtseinheit: Entwicklung kombinatorischer Fähigkeiten anhand handlungsorientierter Aufgabenstellungen

Thema der Unterrichtsstunde: Bearbeitung einer dreistufigen kombinatorischen Aufgabe – oder: „Wie können sich die Bewohner auf der Insel der begrenzten Möglichkeiten anziehen?“

1. Einordnung der Stunde in die Unterrichtseinheit

Thema der Unterrichtsstunden	Aufgabenstellungen
<u>1. Stunde</u> Einführung in die Rahmengeschichte und individuelle Bearbeitung einer zweistufigen kombinatorischen Aufgabe.	Die Schüler sollen durch Ausprobieren mögliche Häuserkombinationen malen.
<u>2. Stunde</u> Legen möglicher Kombinationen und Übertragen der Ergebnisse durch Malen auf Karten in Partnerarbeit. Anschließend gemeinsames Sichten, Vergleichen und Ordnen der gesammelten Kombinationen. Vervollständigen der	Die Schüler sollen mit Material Kombinationen legen (Stufe 1). Beim gemeinsamen Sichten sollen sie doppelte Kombinationen aussortieren. Im Plenum sollen einzelne Schüler noch fehlende Kombinationen benennen. Mit ihrem Tischpartner sollen die Schüler ihre Kombinationen

möglichen Kombinationen zu zweit.	vervollständigen (Stufen 2 bis 3).
<u>3. Stunde</u> Kennen lernen des Baumdiagramms.	Die Schüler sollen das Baumdiagramm kennen lernen und seinen Aufbau nachvollziehen. Sie sollen lernen, das Ergebnis einzelner Pfade zu benennen und umgekehrt einer Kombination den entsprechenden Pfad zuzuordnen (Stufe 3).
<u>4. Stunde</u> Bearbeitung einer dreistufigen kombinatorischen Aufgabe – oder: „Wie können sich die Bewohner auf der Insel der begrenzten Möglichkeiten anziehen?“	Die Schüler sollen handelnd die möglichen Kombinationen eines dreistufigen kombinatorischen Problems ermitteln und sie nach unterschiedlichen Kriterien ordnen. Dabei sollen sie auf gewonnene Einsichten aus den vorherigen Stunden zurückgreifen und Analogien herstellen (Stufen 2 bis 4)
<u>5. Stunde – 8. Stunde</u> Je nach Lernfortschritt Weiterarbeit an gestellten kombinatorischen Problemen bzw. Bearbeitung neuer Aufgaben.	Die Schüler sollen weitere Erkenntnisse zur Lösung kombinatorischer Aufgaben sammeln und vertiefen. Ihre Erfahrungen sollen sie auf neue kombinatorische Probleme übertragen können (Stufen 2 bis 4)
<u>9. Stunde</u> Selbstständige Bearbeitung einer dreistufigen Abschlussaufgabe zur Feststellung des Lernfortschritts.	Die Schüler sollen abstrakt und systematisch möglichst viele Kombinationen finden und diese zeichnerisch darstellen (Stufen 3 bis 5)

2. Ziele

2.1 Hauptziel der Unterrichtseinheit

Die Schüler sollen lernen, beim Lösen von kombinatorischen Aufgabenstellungen eigene Lösungsstrategien zu entwickeln. Sie sollen handelnd die möglichen Kombinationen von zwei- und dreistufigen kombinatorischen Problemen ermitteln und diese nach unterschiedlichen Kriterien ordnen und mit Hilfe dieser Ordnung fehlende Kombinationen benennen können. Sie sollen die graphische Darstellung der Kombinationen mindestens nachvollziehen können.

Neben dieser fachlichen Orientierung, in der es insbesondere um die Entwicklung der Abstraktionsfähigkeit der Kinder geht, sollen in der Unterrichtseinheit auch das selbstständige Ausprobieren (Dimension Methodenkompetenz), die Fähigkeit und Bereitschaft zur Teamarbeit (Dimension Sozialkompetenz) und das Selbstvertrauen der Kinder (Dimension Selbstkompetenz) gefördert werden.

2.2 Hauptziel der Unterrichtsstunde vom 24.9.2004

Die Schüler sollen durch eigenes Ausprobieren die möglichen Kombinationen eines dreistufigen kombinatorischen Problems erkennen und lernen, sie nach unterschiedlichen Kriterien zu ordnen. Dabei sollen sie auf gewonnene Einsichten aus den vorherigen Stunden zurückgreifen und Analogien herstellen.

2.3 Teilziele der Unterrichtsstunde

Die Schüler sollen ...

- mögliche Kombinationen von Mütze, Pullover und Hose mit dem von mir vorbereiteten Material auslegen können und sie durch Anmalen auf Karten übertragen,
- gleiche Kombinationen als solche wahrnehmen und sie als „Doppelte“ aussortieren können,
- die gefundenen Kombinationen nach vorgegebenen Kriterien ordnen können,
- die Kriterien zur Ordnung der Karten benennen und sie begründen können,
- nachvollziehen können, dass sich beim zweidimensionalen Ordnen einer dreistufigen kombinatorischen Aufgabe ein Merkmal „abwechseln“ muss, um ein vollständiges Raster zu erhalten,
- ein Baumdiagramm zur Aufgabenlösung kognitiv nachvollziehen oder mitgestalten und einzelne Pfade des Baumdiagramms bestimmten Kombinationen zuordnen können,
- durch das Betrachten der einzelnen Pfade die Vollständigkeit der selbst gefundenen Kombinationen überprüfen können,
- ihre Vorgehensweise beim Finden der möglichen Kombinationen Mitschülern erklären können.

3. Klassensituation

3.1 Rahmenbedingungen

Die Klasse 2 ist mir seit Anfang meines Referendariats bekannt. Seit Mitte November 2003 unterrichte ich die Klasse im Fach Mathematik mit vier durch die Mentorin betreuten Stunden. Seit Februar 2004 leite ich den Unterricht eigenverantwortlich. Die Klasse besteht aus 23 Schülern (14 Mädchen und 9 Jungen). Bis auf **Waldemar** (Russland) und **Anna** (Kasachstan) sind alle Kinder in Deutschland geboren. Jedoch ist Deutsch bei acht weiteren Kindern (**Jasmin, Keno, Tim, Lena, Lina, Miriam, Burhan** und **Evelyn**) nicht die Muttersprache. Sprachliche Probleme gibt es immer noch bei **Waldemar**, der die erste Klasse wiederholt hat. Oft versteht er Arbeitsanweisungen, die frontal gegeben werden, nicht sofort. **Evelyn** hat ebenfalls Verständnisprobleme, die jedoch auch auf ein Defizit des Gehörs zurückzuführen sind. Seit den Sommerferien trägt sie ein Hörgerät.

3.2 Arbeits- und Sozialverhalten / Leistungsstand

Kevin, Dennis, Pascal und Marko sind in ihrem Sozialverhalten auffällig. Die leistungsstärkeren Schüler Tim, Marie, Linda, Dennis, Anna, Lena und Pascal melden sich häufig und bringen den Unterricht mit ihren Bemerkungen voran. Sie verstehen auch neue Aufgaben schnell und bearbeiten sie selbstständig. Ebenfalls gute Beiträge kommen von Marko und Alexander, die aber bei der selbstständigen Arbeit nicht immer konzentriert sind und sich leicht ablenken lassen. Auch Miriam, Melissa, Nadine, Keno, Kevin, Burhan und Tatjana melden sich oft. Sie benötigen beim selbstständigen Arbeiten häufiger Hilfen und arbeiten nicht so schnell wie die zuerst genannten. Noch langsamer arbeiten Chantal, Jasmin, Waldemar, Pia und Lina. Für sie ist es oft schwer, neue Aufgabentypen zu lösen. Chantal wird beim selbstständigen Arbeiten leicht entmutigt; sie sagt dann, „ich kann das sowieso nicht“ und muss in besonderem Maße gelobt und bestärkt werden. Evelyn hat in den Sommerferien viel geübt; seither hat sich ihre Leistung gesteigert. Neue Aufgaben oder Aufgabentypen fallen ihr aber immer noch sehr schwer. Ich vermute, dass sie auch bei dieser Unterrichtseinheit viel Hilfe brauchen wird.

3.3 Lernvoraussetzungen

Der Leistungsstand der Klasse ist sehr heterogen. Um die Einzelleistungen besser einordnen zu können, habe ich für diese Unterrichtseinheit ein fachliches Kompetenzstufenmodell für das Lösen kombinatorischer Aufgabenstellungen entwickelt. Es ist fünfstufig und an den von MEYER/PARADIES/WOPP (2003, S. 112 – vgl. S. yy dieses LEITFADENS) formulierten Kon-

struktionsregeln orientiert. Auf Stufe 5 brauchen die Schüler zur Lösung der kombinatorischen Aufgaben keine Hilfestellung vom Lehrer mehr, auf Stufe 1 sehr viel.

Stufe 1	Finden von Kombinationen durch Ausprobieren – Die Schüler finden Kombinationen durch Ausprobieren. (Jeder wählt Lieblingskombination und versucht noch andere mögliche Kombinationen zu finden.)
Stufe 2	Sinnvolles Sichten und Vergleichen – Die Schüler können gefundene Kombinationen vergleichen und so „Doppelte“ aussortieren. Auf einem höheren Entfaltungsniveau können die Schüler die Kombinationen auf Übereinstimmungen und Unterschiede hin untersuchen.
Stufe 3	Vervollständigen der gefundenen Kombinationen – Die Schüler können eine graphische Darstellung (Tabelle oder Baumdiagramm) mit allen möglichen Kombinationen nachvollziehen. Sie können ihre eigenen gefundenen Kombinationen entsprechend zuordnen und vervollständigen.
Stufe 4	Ordnen der Kombinationen nach vorgegebenen und nach selbst formulierten Kriterien – Die Schüler können die möglichen Kombinationen nach einem (zunächst vorgegebenen) Kriterium ordnen. Mit wachsendem Entfaltungsniveau können die Schüler selbstständig Ordnungskriterien benennen.
Stufe 5	Selbstständige Erarbeitung aller möglichen Kombinationen – Die Schüler können selbstständig die Merkmale mit ihren Ausprägungen nennen und geordnet graphisch darstellen (durch Tabelle oder Baumdiagramm).

Das Stufungskriterium, nach dem die fünf Stufen angeordnet worden sind, ist der ansteigende Abstraktionsgrad der Aufgabenbearbeitung. Die kombinatorische Kompetenz kann sich vertikal beim wiederholten Durchlaufen der Stufen entwickeln. Es kann aber auch eine horizontale Entwicklung auf der Ebene jeder einzelnen Stufe stattfinden. Das nenne ich das wachsende „Entfaltungsniveau“, das durch zunehmende Komplexität der auf einer Stufe zu lösenden Aufgaben definiert wird.

Das Kompetenzstufenmodell ist an den von Jerome BRUNER entwickelten „Repräsentationsmodi des Wissens“ (enaktiv – ikonisch – symbolisch) orientiert. So soll jede mögliche Kombination von den Schülern zunächst handelnd, also durch Legen der Figuren, und dann bildlich durch das Anfertigen bzw. Ausfüllen von Zeichnungen festgehalten werden. Im Baumdiagramm wird der Sachverhalt dann symbolisch dargestellt. Durch diesen „intermodalen Transfer“ (BRUNER) soll der Lernprozess gefördert werden. Dadurch, dass alle Möglichkeiten handelnd ermittelt werden können, kann auch ein Schüler, der sich nur auf den Stufen 1 und 2 bewegt, durch Ausprobieren und Aussortieren von Doppelten alle Möglichkeiten ermitteln.

Bei der von mir vor Beginn dieser Unterrichtseinheit durchgeführten Lernstandsanalyse habe ich gesehen, dass alle Schüler in der Lage sind, durch eigenes Ausprobieren mögliche Kombinationen für ausgewählte Gegenstände zu finden. Sie befinden sich also mindestens auf der ersten Kompetenzstufe. Bis zur Beratungsstunde am 24.9.2004 sollen alle Schüler bereits auf Stufe 2 (2. Stunde der Unterrichtseinheit) und auf Stufe 3 (3. Stunde der Unterrichtseinheit) Erfahrungen gesammelt haben. Ich kann beim Schreiben dieses Entwurfs noch nicht einschätzen, ob ein Teil der Schüler dann auch schon auf der 4. Kompetenzstufe arbeiten kann, werde aber versuchen, die Schüler durch entsprechende Fragestellungen dazu anzuregen. In der 3. Stunde der Unterrichtseinheit werde ich mit den Schülern ein zweistufiges Baumdiagramm entwickeln, um ihnen zu zeigen, wie die Vollständigkeit der gefundenen Häuserkombinationen visuell überprüft werden kann. Es ist deshalb möglich, dass einzelne Schüler in der Beratungsstunde die Struktur des Baumdiagramms schon so weit verinnerlicht haben, dass sie von

sich aus daran gehen, ein solches Diagramm für eine dreistufige Aufgabe zu erstellen. Dies würde bedeuten, dass diese Schüler bereits auf der 5. Kompetenzstufe arbeiten.

4. Überlegungen zur Sache

Die meiner Unterrichtseinheit zugrunde liegende Fachdisziplin ist die Kombinatorik. „Sie behandelt die gesetzmäßige Anordnung von verschiedenen Elementen (Zahlen, Gegenständen usw.). Aufgabe der Kombinatorik ist es, die Gruppierungen der gegebenen Elemente nach bestimmten Gesetzen vorzunehmen und die Anzahl derselben zu ermitteln“ (KÜTTING 1994, S. 182). In der Kombinatorik geht es immer um zwei Fragen (KÜTTING, 1999, S.65):

- „Welche Möglichkeiten gibt es?“
- „Wie viele Möglichkeiten gibt es?“

In meiner Unterrichtseinheit geht es um fige Zufallsexperimente. In der 3. Stunde ein zweistufiges, in der Beratungsstunde dreistufiges Zufallsexperiment behander Abbildung 1 wird dieses Zufallsexam Beispiel „Kugeln aus einer Urne zieanschaulicht.



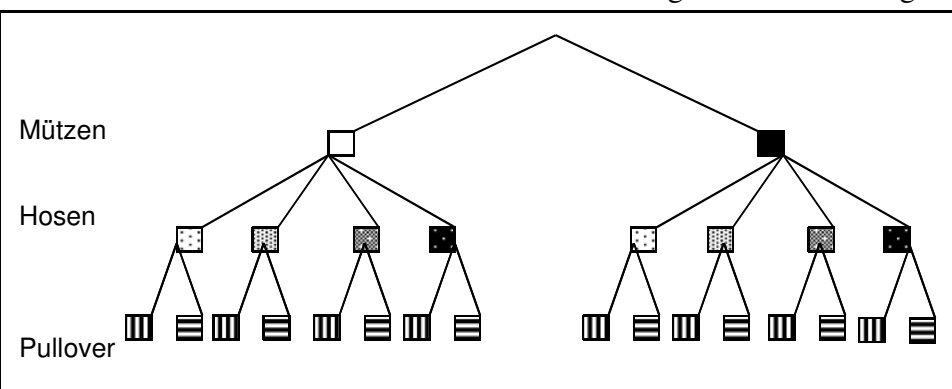
mehrstu-
wurde
wird ein
delt. In
periment
hen“ ver-

Abbildung 1: drei Urnen

Bei jeder Ziehung der Kugeln gibt es mehrere Möglichkeiten. Insgesamt ergeben sich nach der Produktregel $2 \text{ mal } 4 \text{ mal } 2 = 16$ mögliche Kombinationen.

Zeichnung: Lehrerin und Kinder vor der Tafel mit Mützen, Pullover, Hosen

Für die Beratungsstunde habe ich als Thema „Bekleidungsmöglichkeiten“ gewählt, wobei ich als Merkmale Hosen, Pullover und Mützen genommen habe. Die Schüler sollen die möglichen Kombinationen sich anzuziehen erarbeiten, bei zwei verschiedenen farbigen Hosen, vier verschiedenen farbigen Pullovern und zwei verschiedenen farbigen Mützen. Während der gesamten Unterrichtseinheit steht nicht das rechnerische Ermitteln der Möglichkeiten im Vordergrund (dazu müssten die Schüler bereits die Multiplikation beherrschen), sondern ein strategisches Abzählen. Das kann mit Hilfe eines Baumdiagramms veranschaulicht werden, so dass die Schüler durch Abzählen die richtige Anzahl der Möglichkeiten ermitteln können.



In der Stunde am 24.9.2004 wird zum ersten Mal ein 3-gliedriges kombinatorisches Problem bearbeitet. Ich weiß aber noch nicht, wie leicht oder schwer meinen Schülern die kombinatorischen Aufgaben der Unterrichtseinheit fallen werden. Deshalb habe ich mögliche Alternativen zur Steigerung oder Minderung des Schwierig-

keitsgrads vorbereitet. Eine Vereinfachung der Aufgabenstellung der Beratungsstunde ist durch das Weglassen des 3. Merkmals (der Mütze) möglich. Eine Erhöhung des Schwierigkeitsgrades durch Einführung eines vierten Merkmals (z.B. Schuhe) oder durch Erhöhung der

Ausprägungen (z.B. eine vierte Pulloverfarbe) wäre möglich, ich rechne aber nicht damit, dass die Schüler so weit kommen. Um den Schwierigkeitsgrad der Aufgabenstellung weiter zu reduzieren, habe ich mich entschieden, immer dafür zu sorgen, dass unterschiedliche Merkmale auch unterschiedliche Ausprägungen haben (es gibt niemals Hemd, Hose oder Mütze in der gleichen Farbe).

5. Überlegungen zur Didaktik

Kombinatorische Aufgabenstellungen sind in den Rahmenrichtlinien der Grundschule in Niedersachsen noch nicht vorgesehen. Es findet sich jedoch die Forderung, die Schüler „Gegenstände und/oder strukturiertes Material nach erkannten Eigenschaften sortieren und die Ergebnisse darstellen“ zu lassen (RAHMENRICHTLINIEN 1984, S. 12) Kombinatorische Aufgabenstellungen sind m.E. gut geeignet, dieses Ziel zu verfolgen. Einen weiteren Aspekt, mit dem man die Entscheidung für kombinatorische Aufgabenstellungen rechtfertigen kann, stellt das Lesen und Darstellen von Diagrammen dar. Wie bereits beschrieben ist das Baumdiagramm für die Lösung von kombinatorischen Aufgaben ein wichtiges Hilfsmittel, das von den Kindern zunächst nachvollzogen und später selbstständig genutzt werden kann. In der Grundschulzeit sollen die Schüler Darstellungen in Diagrammen und Tabellen kennen und lesen lernen. Solche Darstellungen „verlangen von Schülern bereits eine Abstraktionsleistung“ (RAHMENRICHTLINIEN 1984, S. 12). Diese Hilfsmittel sollen im Erstunterricht aber „nicht systematisch oder gar lehrgangsartig behandelt werden, sondern immer dann, wenn mit ihrer Hilfe vorteilhaft Sachverhalte geklärt und Einsichten gewonnen werden können“ (RAHMENRICHTLINIEN 1984, S. 12).

Auch in der Fachdidaktik Mathematik wird empfohlen, schon in der Grundschule Kombinatorik zu betreiben. „Kombinatorische Fragestellungen bieten auch in der Grundschule eine ganze Reihe von Möglichkeiten für Kinder, um über spielerische Handlungen Lösungsstrategien zu erproben und propädeutisch grundlegende mathematische Begriffe und Beziehungen anzubahnen, die oft in enger Verbindung stehen zu arithmetischen oder geometrischen Themen“ (RADATZ/SCHIPPER/DRÖGE/EBERLING 1999, S. 117). Das ist auch deshalb sinnvoll, weil auch noch selbst vielen Erwachsenen die Beantwortung selbst ganz einfach strukturierter stochastischer Fragen schwer fällt, weil sie ihr Denken in ihrer Schulzeit nie oder erst sehr spät in stochastischer Hinsicht geschult haben (vgl. Universität Bayreuth 2004, S. 11).

HEINZE (2003, S. 19) betrachtet Kombinatorikaufgaben als spezielle Form von Sachaufgaben, in denen Sachzusammenhänge geschildert werden, „die Grundschüler in ihren Lebenswirklichkeiten durchaus wieder finden.“ Zwar sind die Problemstellungen in meiner Unterrichtseinheit konstruiert, aber aus dem Lebensalltag der Kinder abgeleitet. Gerade das in der Beratungsstunde gewählte Thema des „Sich Anziehens“ beschäftigt sich mit einer Frage, die sich die Kinder an jedem Tag – mehr oder weniger bewusst und mehr oder weniger selbstbestimmt – stellen.

6. Überlegungen zur Methodik

Als **Einstieg** wird die Geschichte des neuen Königs auf der Insel der begrenzten Möglichkeiten weitererzählt, deren Anfang die Kinder bereits aus der ersten Stunde der Einheit kennen:

Die Insel der begrenzten Möglichkeiten

Teil 1 (erzählt am 20.9.2004): „Es war einmal eine kleine Insel, die mitten in einem großen Meer lag. Die Insel hieß „Insel der begrenzten Möglichkeiten“. Auf der Insel regierte ein König. Er war ein guter König, und seine Untertanen mochten ihn sehr. Doch der König war schon sehr alt und eines Tages starb er. Er hatte keine Frau und keinen Sohn hinterlassen, es gab also keinen Thronfolger auf der Insel. Die Untertanen schrie-

ben Briefe zu mehreren Nachbarinseln, um zu fragen, ob es dort einen Prinzen gäbe, der die Insel der begrenzten Möglichkeiten regieren könnte. Eines Tages legte ein großes Schiff im Hafen der Insel an. Ein schöner, junger Mann ging von Bord. Er sah sehr königlich aus. Es war ein Prinz, der gehört hatte, dass hier auf der Insel der begrenzten Möglichkeiten ein König gesucht wurde. Die Untertanen begrüßten ihn glücklich und alle waren sich einig, dass sie ihn gerne zum König haben wollten. Sie begleiteten ihn zum Palast und setzten ihm die Krone auf. Endlich hatten sie wieder einen König.

Der neue König wollte alles über die Insel erfahren, die er regieren sollte, um sein Amt gut auszuüben. Deshalb rief er den Architekten zu sich. Er fragte den Architekten, wie die Häuser auf der Insel aussehen. Der Architekt hatte nicht viel Zeit, weil er so viele Häuser planen musste. Aber er gab dem König einige wichtige Informationen: „Die Häuser auf der Insel haben alle einen Unterbau und ein Dach. Der Unterbau kann rot, blau, grün oder braun sein. Die Dächer sind orange, lila oder gelb.“ Jetzt wusste der König schon viel über die Häuser, aber er wusste immer noch nicht genau, wie sie aussahen und wie viele verschiedene Häuser es gab.

Teil II (erzählt am 24.9.2004): Inzwischen war schon einige Zeit auf der Insel vergangen und es wurde langsam kälter. Der neue König fragte sich, wie sich die Inselbewohner zu dieser kalten Jahreszeit kleideten. Er rief nach dem Schneider. Der Schneider hatte es sehr eilig, weil viele Untertanen bei ihm neue Kleidung bestellt hatten. Auf die Frage des Königs, welche Möglichkeiten die Untertanen hätten, sich anzuziehen antwortete der Schneider: „Alle Inselbewohner tragen zu dieser Jahreszeit drei Kleidungsstücke: eine Hose, einen Pullover und eine schöne warme Mütze. Die Hose gibt es in den Farben braun und gelb, den Pullover in grün, orange, blau und lila, die Mütze kann schwarz oder rot sein.“ Und schon musste sich der Schneider verabschieden und ließ den König alleine zurück. Jetzt wusste der König schon viel über die Bekleidung seiner Untertanen, aber er wusste noch nicht genau, wie die Inselbewohner aussehen konnten und wie viele verschiedene Möglichkeiten sie hatten, sich anzuziehen.

Aus der Geschichte ergibt sich ein neues Problem, welches die Kinder informieren und für die folgende Aufgabenstellung motivieren soll. Die Bekleidungsstücke der Inselbewohner, die während der Geschichte an die Tafel geheftet wurden, werden nun als reale Gegenstände ausgepackt. Drei Kinder kommen nach vorne und halten die Gegenstände nach Kleidungsstücken geordnet fest. Ein weiteres Kind kommt nach vorne, um eine mögliche Kombination der Kleider anzuziehen. Die Kombination wird von den auf ihren Plätzen verbliebenen Schülern bestimmt, um auch sie in den Prozess einzubeziehen. Durch das reale Anziehen soll die Problematik noch einmal verdeutlicht werden. Die Schüler sollen motiviert werden und gleichzeitig eine Vorstellung davon gewinnen, wie ein Inselbewohner sich anziehen kann.

In der **ersten Erarbeitungsphase** sollen die Schüler zusammen mit ihrem Tischpartner arbeiten. Diese Sozialform hat an dieser Stelle mehrere Vorteile. Zum einen können sich die Schüler untereinander austauschen und ihr Wissen miteinander teilen, so dass auch schwächere Schüler mitarbeiten können. Zum anderen sprechen sie, während sie arbeiten, miteinander über die zu lösende Aufgabe und lernen so, ihre Gedanken und Fragen zu verbalisieren. Ein weiterer Vorteil ist von rein praktischer Natur: Dadurch, dass die Schüler zu zweit zusammen arbeiten, benötigen sie auch das Material nur einmal, so dass ich nicht für jeden Schüler das gesamte Material bereitstellen muss. Die Schüler erhalten also jedes Merkmal in allen vorhandenen Ausprägungen je einmal. Sie müssen gelegte Kombinationen sofort in ihr Heft abmalen, bevor sie eine neue Kombination legen können.

In der **Zwischenreflexion** soll jedes Paar seine Lieblingskombination mit zur Tafel bringen. Wir erhalten so 11 Karten mit „angezogenen Kindern“. Vermutlich werden doppelte Kombinationen dabei sein, die von den Kindern als solche erkannt werden müssen. Diese werden dann unter die andere Karte gelegt und vor dem Ordnen aussortiert. Im nächsten Schritt sollen die Karten von den Schülern geordnet werden. Ich bin mir aber nicht sicher, ob sie schon in der Lage sind, dreistufige Kombinationen zu sortieren. Ich behalte mir deshalb als Alternative vor, schon in dieser Phase der Stunde das Baumdiagramm mit den Schülern zu erstellen, was eigentlich erst am Ende der Stunde geschehen soll.

Anschließend haben die Schüler in der **zweiten Erarbeitungsphase** noch kurz Zeit, ihre Kombinationen, angeregt durch die Erkenntnisse aus der Zwischenreflexion, zu vervollständigen.

In der lehreraktiven **Schlussphase** sollen die Schüler beim Erstellen des zur Aufgabe passenden dreistufigen Baumdiagramms mitwirken. Dabei sollen sie Gemeinsamkeiten und Unterschiede zum zweistufigen Häuser-Baumdiagramm der vorausgegangenen Stunde nennen.

7. Stundenverlaufsplanung

Zeit/Phase	Lernsituation	Sozialform/ Medien
Einstieg 8.15 Uhr	Begrüßung mit dem Lied „Hey, Hello“ Die Lehrerin erzählt den zweiten Teil der Geschichte vom König und erläutert sein neues Problem. Der König weiß nicht, welche Möglichkeiten seine Untertanen haben, sich anzuziehen. Für seine Statistik braucht er aber sowohl die Anzahl der Möglichkeiten, als auch Bilder der möglichen Kombinationen. Die Lehrerin zeigt aus farbigem Pappkarton ausgeschnittene Kleidungsstücke und heftet sie nach Merkmalen sortiert an die Tafel. Sie bittet die Schüler zu schätzen, wie viele unterschiedliche Kombinationen es gibt. Die Ergebnisse werden an der Tafel gesammelt. Die Lehrerin holt aus einem Koffer die Kleidungsstücke, die auch die Untertanen in ihrem Schrank haben. 3 Kinder kommen nach vorne und halten die Kleidungsstücke (nach Merkmalen sortiert) fest. Ein weiteres Kind kommt nach vorne, um sich anzuziehen. Die am Platz gebliebenen Schüler dürfen entscheiden, wie das Kind angezogen wird.	<i>frontal,</i> Tafel, Tafelmaterial, Kleider Materialkisten
Arbeitsauftrag 8.25 Uhr	Die Lehrerin zeigt den Schülern die vorbereiteten Materialkisten und formuliert den Arbeitsauftrag: <i>„Ihr sollt gleich zu zweit alle unterschiedlichen Kombinationen, wie die Inselbewohner sich anziehen können, herausfinden. Zuerst könnt ihr wieder das Kind auf der großen Karte durch Auslegen mit dem Material anziehen. Dann malt ihr euer Ergebnis ab. Ich unterbreche euch nach einigen Minuten und habe dann noch eine Aufgabe.“</i>	<i>frontal</i>
Erarbei-	Lehrerin verteilt die Materialkisten an die Tischgruppen:	<i>Partnerarbeit,</i>

<p>tung I 8.27 Uhr</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ eine große Pappfigur zum Auslegen (bzw. Anziehen) ▪ 4 Pullover aus Pappe in den Farben: orange, lila, grün und blau ▪ 2 Hosen aus Pappe in den Farben: gelb und braun ▪ 2 Mützen aus Pappe in den Farben: schwarz und rot ▪ 18 Kärtchen zum Anmalen, so dass sich die Zahl der Möglichkeiten nicht durch Abzählen der weißen Kärtchen ermitteln lässt. Außerdem können die Kinder Nachschub von diesen Karten bekommen, falls dies notwendig ist. <p><i>Schüler arbeiten in Partnerarbeit.</i></p>	<p>Materialkisten, Buntstifte</p>
<p>Zwischen-reflexion 8.35 Uhr</p>	<p>Schüler kommen auf ein Zeichen der Lehrerin nach vorne und setzen sich in den Tafelkinositz. Jedes Paar hat seine Lieblingskombination mitgebracht. Die mitgebrachten Kombinationen werden nun an die Tafel geheftet, wobei doppelte aussortiert werden. Nachdem sowohl die Anzahl der Karten als auch die Anzahl der vorhandenen Möglichkeiten festgestellt wurde, fragt die Lehrerin die Schüler, wie man die Karten ordnen kann. Die Lehrerin ordnet die Karten nach Anweisung der Schüler. Die Anzahl der Möglichkeiten wird nun anhand des entstandenen Rasters ermittelt. Die Lehrerin fordert die Schüler auf, die noch fehlenden Kombinationen zu ergänzen und sagt ihnen, wie viel Zeit sie dazu haben (wahrscheinlich 5 Minuten).</p>	<p><i>frontal, Tafelkino</i> Tafel, Lieblingskombinationen, leere Karten, Buntstifte</p>
<p>Erarbeitung II 8.45 Uhr</p>	<p><i>Die Schüler arbeiten in Partnerarbeit weiter und ergänzen fehlende Kombinationen.</i></p>	<p><i>Partnerarbeit</i> Material: s. o.</p>
<p>Präsentation/ Reflexion 8.50 Uhr</p>	<p>Die Schüler kommen wieder ins Tafelkino.¹ Gemeinsam wird nun ein Baumdiagramm erarbeitet. Die Schüler vergleichen die Baumdiagramme zum Häuserbauen und zum Anziehen miteinander und benennen Gemeinsamkeiten und Unterschiede.</p> <p><i>Die Schüler räumen ihre Plätze auf.</i></p>	<p><i>frontal, Tafelkino</i> Karten</p>

8. Literatur

- NIEDERSÄCHSISCHER KULTUSMINISTER (Hrsg.) (1984): Rahmenrichtlinien für die Grundschule. Mathematik. Hannover: Schroedel.
- HEINZE, ASTRID (2003): Kombinatorikaufgaben als spezielle Sachaufgaben. Lösungsstrategien mathematisch begabter Grundschüler. In: Grundschulunterricht 2/2003.
- HOFFMANN, ANTJE (2003): Elementare Bausteine der kombinatorischen Problemlösefähigkeit. Berlin, Hildesheim: Franzbecker Verlag.
- KÜTTING, HERBERT (1994): Didaktik der Stochastik. Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich: BI-Wissenschaftsverlag.
- KÜTTING, HERBERT (1999): Elementare Stochastik. Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.

¹ Bein Tafelkino setzen sich die Schüler im Halbkreis vor die Tafel. Je nach Klassengröße und Räumlichkeiten können mehrere Stuhlreihen gebildet werden. Alternativ setzen sich die Schüler auf Teppichfliesen.

- MEYER, HILBERT/PARADIES, LIANE/WOPP, CHRISTEL (2003): Methodenvielfalt und Methodenkompetenz. In: KIPER, HANNA U.A.: Qualitätsentwicklung in Unterricht und Schule. Didaktisches Zentrum der Carl von Ossietzky Universität.
- NEUBERT, BERND (2003): Gute Aufgaben zur Kombinatorik in der Grundschule. In: RUWISCH, SILKE/WALDEMAR-KOOP, ANDREA (Hrsg.): Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenerger.
- RADATZ, HENDRIK/SCHIPPER, WILHELM/DRÖGE, ROTRAUT/EBERLING, ASTRID (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel-
- UNIVERSITÄT BAYREUTH, ZENTRUM ZUR FÖRDERUNG DES MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN UNTERRICHTS : Systematisches Zählen und stochastisches Denken in der Grundschule. Internet: http://z-mnu.uni-bayreuth.de/mathematik/daten/Stochastik_GS.pdf (August 2004).

Nach dieser Stunde macht Melanie Fuchs eine Eintragung in ihr Arbeitsjournal.

24. September 2004

Ich muss lernen zu warten und auch mal aushalten, dass das gestellte Ziel in einer Stunde nicht erreicht wird. Die Erkenntnisse müssen von den Schülern selbst kommen!!! Rauquetschen bringt nichts! Der 45-Minuten Rhythmus ist dabei nicht hilfreich. Ich muss den Schülern in Zukunft einfach mehr Zeit lassen.

- Bei der nächsten kombinatorischen Aufgabe eine Doppelstunde machen!
- Die Seminarleiter einfach ausblenden.